

**PROVA DE INGRESSO PARA AVALIAÇÃO DE CAPACIDADE PARA FREQUÊNCIA DO ENSINO SUPERIOR  
DOS MAIORES DE 23 ANOS**

**Instituto Superior de Engenharia (ISE)  
Faculdade de Economia (FE)  
Faculdade de Ciências e Tecnologia (FCT)**

**2022/2023**

***Componente Específica de Matemática para o Ingresso nos cursos de Licenciatura em Engenharia Alimentar (ISE), Engenharia Civil (ISE), Engenharia Eletrotécnica e de Computadores (ISE), Engenharia Mecânica (ISE), Engenharia Informática (FCT), Bioengenharia (FCT), Gestão Marinha e Costeira (FCT), Economia (FE) e Gestão de Empresas (FE), e nos cursos de TeSP em Segurança e Higiene Alimentar (ISE), Inovação e Qualidade Alimentar (ISE), Instalações Elétricas Doméstica e Automação (ISE), Sistemas e Tecnologias de Informação (ISE/ESGHT), Tecnologia e Manutenção Automóvel (ISE), Construção Civil (ISE) e Desenho e Modelação Digital (ISE).***

**INSTRUÇÕES PARA A REALIZAÇÃO DA PROVA**

Os candidatos aos cursos de Economia e de Gestão de Empresas devem responder ao grupo IV e não respondem ao grupo III. Os outros candidatos podem escolher entre os grupos III e IV e responder só a um deles. Se apresentar respostas aos dois grupos, independentemente das cotações parciais, apenas serão cotadas as respostas às questões do grupo III.

É permitido o uso apenas de calculadora científica, não é permitido o uso de qualquer outro tipo de equipamento eletrónico ou informático.

As cotações das perguntas são fornecidas na página 7 deste enunciado.

O formulário encontra-se nas páginas 8.

O exame consta de perguntas abertas, fechadas e de escolha múltipla que deverão ser todas respondidas na folha de respostas.

Nas perguntas abertas devem ser apresentados todos os cálculos efetuados.

Nas perguntas fechadas devem transcrever-se para a folha de respostas todas as frases depois de completadas de modo a obter proposições verdadeiras.

Nas perguntas de escolha múltipla deve transcrever-se para a folha de respostas apenas uma das opções A, B, C, D, E, ou F, conforme o caso.

São perguntas abertas: 2; 3; 4; 5; 7; 8; 9; 10; 13; 14; 15; 16; 17; 18. São perguntas fechadas: 1; São perguntas de escolha múltipla: 6;11;12.

Nas perguntas de escolha múltipla, cada resposta errada desconta 25% do valor da pergunta.

Nas perguntas abertas e fechadas não há descontos.

---

**GRUPO I**

---

1. Complete com os símbolos  $>$ ,  $<$ ,  $=$

(a)  $\frac{|-3|}{5} \dots \frac{2\sqrt{9}}{10} \dots -\sqrt{2}$

(b)  $\frac{2^3}{2^0} \dots \frac{3^2}{(-1)^0} \dots \frac{\sqrt{16}}{4^{-1}}$

(c)  $\frac{(-3)^2}{6} \dots \left(\frac{4}{6}\right)^{-1} \dots \frac{1}{5} - \frac{2}{7}$

2. Calcule o valor da expressão

$$\left[\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 \times \left(-\frac{4}{3}\right)^{-6} \div \left(\frac{7}{5}\right)^6$$

3. Simplifique o mais possível a expressão

$$x^{-1} + \frac{2}{x-1} + \frac{1-3x}{x^2-x}$$

4. Resolva a equação

$$\begin{cases} 2x + \frac{y}{3} = 6 \\ -\frac{x}{3} - 4y = -1 \end{cases}$$

5. Considere os seguintes conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |x-3| > 0\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ é ímpar}\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 6 < 3\}$$

Represente os conjuntos:

a)  $C \setminus B$

b)  $A \cap B \cap C$

---

**GRUPO II**

---

6. Considere a função real de variável real  $f(x) = 3e^{\frac{2}{x-1}} - 1$ . A função inversa da função  $f$  é:

A  $g(x) = \frac{2}{\ln\left(\frac{x+1}{3}\right)} + 1$

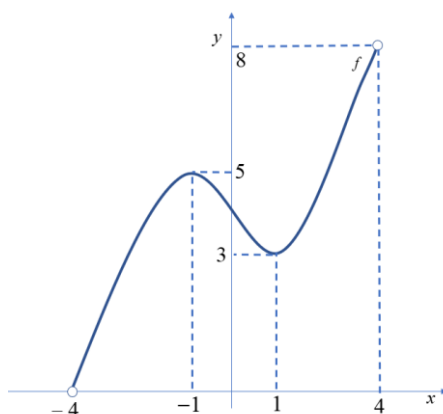
B  $f(x) = \frac{1}{3e^{\frac{2}{x-1}} - 1}$

C  $f(x) = \frac{e^{\frac{x-1}{2}}}{3} + 1$

D  $g(x) = 2\ln\left(\frac{x+1}{3}\right) + 1$

E  $g(x) = \ln\left(\frac{3}{x} - 1\right) + 1$

7. Considere a função  $f : A \rightarrow B$  representada graficamente por



(a) Determine o domínio e o contradomínio de  $f$ , isto é, os conjuntos  $A$  e  $B$ , respectivamente.

(b) Determine  $f(-1)$ .

(c) Quantas soluções tem a equação  $f(x) = 3$ ?

(d) Indique um intervalo no qual a função  $f$  seja injetiva.

(e) Indique um intervalo onde  $f$  seja monótona decrescente.

(f) Determine as coordenadas e classifique os extremos locais.

8. Sabendo que  $p(1) = p(3) = 0$ , escreva uma fatorização de  $p(x) = 2x^4 - 7x^3 + x^2 + 7x - 3$ .

9. Calcule a equação da reta tangente ao gráfico de  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x$ , no ponto de abscissa  $x = 1$ .

10. Considere a função  $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 - 1$ . Calcule e classifique o(s) extremo(s) local(ais) de  $f$ .

11. Se a razão de uma progressão geométrica  $a_n$  é igual à 3 e  $a_1 = 2$ , então  $a_3 + a_4 + a_5$  é igual à:

- A 33
- B 123
- C 234
- D 54
- E 345

12. O domínio da função  $f(x) = \frac{\sqrt{-x}}{8-2x^2} + \frac{2}{\sqrt{x+2}}$  é:

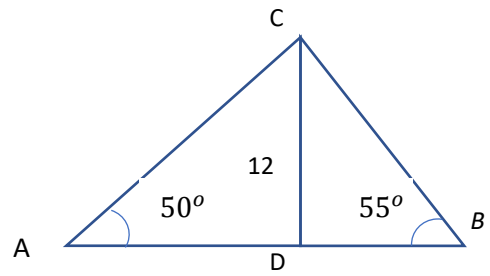
- A  $D_f = ]0, +\infty[$
- B  $D_f = [-2, 0]$
- C  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$
- D  $D_f = ]0, +\infty[ \setminus \{2\}$
- E  $D_f = ]-2, 0[$

---

**GRUPO III**

---

13. Considere a figura 1. Sabemos que  $\overline{CD} = 12$ ,  $\widehat{CAB} = 50^\circ$  e  $\widehat{ABC} = 55^\circ$ .  
Determine o perímetro do triângulo  $[ABC]$  arredondado às décimas.  
Nos cálculos intermédios conserve três casas decimais.



14. Determine o valor exato de  $-2\cos(x - \pi)\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$  sabendo que  $\sin(x) = \frac{1}{3}$  e que  $x \in \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[$ .

15. Mostre que:  $\operatorname{tg}^2 x \cos x + \cos x = \frac{1}{\cos x}$

16. Determine, caso existam, os valores de  $x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[$  tais que:

$$-\operatorname{sen}^2 x + 2\cos x - 2 = 0$$

---

**GRUPO IV**

---

17. O gerente de um parque de estacionamento pretende analisar o tempo de permanência no parque (em minutos) de um conjunto de veículos, durante a hora de almoço num determinado dia da semana. Para tal, construiu a seguinte tabela:

Tempo de permanência no parque (minutos)	Número de veículos
$[1, 16[$	15
$[16, 31[$	36
$[31, 46[$	93
$[46, 61[$	120
$[61, 76[$	36

- (a) Construa a tabela de frequências.  
(b) Qual o tempo médio de permanência dos veículos no parque de estacionamento, durante a hora de almoço?  
(c) Qual o tempo de permanência no parque de estacionamento, da maior parte dos veículos, durante a hora de almoço?  
(d) Qual o tempo máximo de permanência no parque de estacionamento, da primeira metade dos veículos observados?

18. Considere um dado equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, e um saco com quatro bolas iguais, numeradas de 0 a 3. Lança-se o dado uma vez e retira-se ao acaso uma bola do saco. Determine a probabilidade de:

- (a) O produto entre os dois números ser inferior a 6.
- (b) O produto entre os dois números ser múltiplo de 3.
- (c) Os dois números serem números primos.

---

**FIM DA PROVA**

---

**COTAÇÕES**

---

	Pergunta	Cotação (0 a 20 valores)
<b>GRUPO I</b>	1	1,0
	2	1,0
	3	1,0
	4	1,0
	5	1,0
<b>GRUPO II</b>	6	1,0
	7a	0,3
	7b	0,3
	7c	0,3
	7d	0,3
	7e	0,3
	7f	0,3
	8	1,2
	9	1,5
	10	1,5
	11	1,0
12	1,0	
<b>GRUPO III</b>	13	1,5
	14	1,5
	15	1,5
	16	1,5
<b>GRUPO IV</b>	17a	0,75
	17b	0,75
	17c	0,75
	17d	0,75
	18a	1,0
	18b	1,0
	18c	1,0

---

**FORMULÁRIO**

---

Derivadas	
Se $x$ é uma variável:	Se $f$ é uma função:
$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}, \alpha \in \mathbb{R}$	$(f^\alpha)' = \alpha f^{\alpha-1} \cdot f', \alpha \in \mathbb{R}$
$(e^x)' = e^x$	$(e^f)' = e^f \cdot f'$
$(a^x)' = a^x \ln a, a \in \mathbb{R}^+$	$(a^f)' = a^f \cdot \ln a \cdot f', a \in \mathbb{R}^+$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\ln f)' = \frac{f'}{f}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin f)' = \cos f \cdot f'$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos f)' = -\sin f \cdot f'$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan f)' = \frac{f'}{\cos^2 f}$

Regras de derivação	
Soma	$(f + g)' = f' + g'$
Produto	$(f \cdot g)' = f'g + fg'$
Produto escalar	$(kf)' = kf', k \in \mathbb{R}$
Cociente	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$
Função composta	$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x)$

- Para  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ,  $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$
- $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ ,
- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
- $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$
- $\sin(x + y) = \cos x \sin y + \cos y \sin x$
- $\sin(x - y) = \cos y \sin x - \cos x \sin y$